

Exercice N°1 : (12 pts)

Soit la fonction $f_m : x \mapsto (m+1)x^3 + (m-1)x^2 + mx + 2m + 3$

Soit (ζ_m) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

A –

1- a) Pour quelle valeur de m ; la courbe (ζ_m) est une parabole.

b) Pour la valeur m trouvée, déterminer les coordonnées du sommet S de parabole.

2- a) Exprimer $f_m'(x)$ en fonction de x .

b) Déterminer le réel m pour que la droite $\Delta : y = 13x + 2$ soit parallèle à la tangente à (ζ_m) au point d'abscisse $x_0 = 1$.

B – On prend $m = 1$:

On pose $f_1 = f$ et $\zeta_1 = \zeta$; on obtient la fonction : $f : x \mapsto 2x^3 + x + 5$.

1- Dresser le tableau de variation de f .

2- a) Montrer que (ζ) admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées.

b) Montrer que I est un centre de symétrie pour (ζ)

c) Ecrire une équation de la tangente (T) à (ζ) en I puis étudier la position de (ζ) par rapport à (T).

3- Tracer (T) et (ζ) .

4- Soit la fonction $g : x \mapsto 2x^2|x| + |x| + 5$

a) Montrer que g est paire.

b) Tracer à partir de (ζ) , la courbe (ζ') représentative de g dans le même repère.

Exercice N°2 : (8 pts)

Pour tout réel x on a les expressions suivantes : $A = \cos x - \sin 2x$ et $B = \cos 2x + \sin x - 1$

1- a) Factoriser A .

b) Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[0, 2\pi]$ l'équation : $A = 0$.

c) Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'inéquation : $1 - 2\sin x \geq 0$

d) En déduire le signe de A lorsque $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$.

2- a) Montrer que pour tout réel x : $B = \sin x(1 - 2\sin x)$.

b) Calculer B ; pour $x \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$ et $\cos 2x = \frac{17}{25}$.

3- Soit x un réel tel que : $x \neq K\pi$; $K \in \mathbb{Z}$

Soit $C = \frac{\cos x - A}{\sin x - B}$

Montrer que $C = \cot x$

Bon Travail